VARIANT

ДВИ МГУ · Математика · 2025 · Поток 5

1. Какое из следующих двух чисел больше: $\dfrac{4}{5}+\dfrac{2}{11}$ или $\dfrac{6}{7}+\dfrac{1}{8}$?

2. Положим для каждого натурального n

$$A_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n} \quad \text{и} \quad B_n = A_1+A_2+A_3+\ldots+A_n.$$

Найдите $\dfrac{B_7+7}{A_7}$.

3. Решите неравенство $(\sqrt[3]{x})^{5+\log_2 x} \geqslant 2^{1+\log_2 x}$.

4. Решите уравнение $\dfrac{(1-\operatorname{tg}^2 x)\,(1+\sin 2x)}{(1+\operatorname{tg}^2 x)\,(1-\sin 2x)} = 3+2\sin 2x-2\sin^2 x$.

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Найдите все возможные значения угла $\angle FEG$, где E, F и G — центры вписанных окружностей в треугольники ABC, BCD и ABD соответственно.

6. Положительные действительные числа a, b, c удовлетворяют равенству $a^2+b^2+c^2=12$. Найдите наибольшее возможное значение выражения

$$\sqrt{1+a^3}+\sqrt{1+b^3}+\sqrt{1+c^3}.$$

7. Дана четырёхугольная пирамида $ABCDS$ с высотой $SH=8$. Сфера радиуса 3 касается всех граней пирамиды, причём основания $ABCD$ эта сфера касается в точке H основания высоты. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$, если известно, что его площадь равна 144.